

◆◆平成 22 年度生保数理 問題 1.(1)◆◆

被保険者の生死に関係なく、第 1 保険年度末に年金額 20 を、第 2 保険年度末に年金額 19 を支払い、以降毎年 1 ずつ支払年金額が減少する支払期間 20 年の期末払累減年金について、予定利率 $i = 1.50\%$ のとき、年金現価の値に最も近いものは次のうちどれか。必要であれば、 $v^{20} = 0.7425$ を用いなさい。

◆◆簡単解説◆◆

この年金の年金現価を $Da_{\overline{20}|}$ とすると、期末払であることに注意して、

$$Da_{\overline{20}|} = 20v + 19v^2 + \dots + 2v^{19} + v^{20}$$

となりますので、この数列の和を計算できればよいわけです。このような等比数列と等差数列を組み合わせた数列の和を求めるには、等比数列の部分の公比を和の式に乗じて

$$v \cdot Da_{\overline{20}|} = 20v^2 + 19v^3 + \dots + 2v^{20} + v^{21}$$

となり、2 式の差をとり、

$$Da_{\overline{20}|} - v \cdot Da_{\overline{20}|} = 20v - (v^2 + v^3 + \dots + v^{20} + v^{21}) = 20v - \frac{v^2(1 - v^{20})}{1 - v}$$

$$(1 - v)Da_{\overline{20}|} = 20v - \frac{v^2(1 - v^{20})}{1 - v}$$

$$Da_{\overline{20}|} = \frac{20v}{1 - v} - \frac{v^2(1 - v^{20})}{(1 - v)^2}$$

となります。ちなみに $v = 1/(1 + i)$ ですから、 $v/(1 - v) = 1/i$ 、 $v^2/(1 - v)^2 = 1/i^2$ 、ですので、与えられた数値でこの年金現価を求めることができます。

(注) 当解説は筆者の個人的な考えであり、当解説に対して一切に責任を負うものではありません。