

◆◆平成 27 年度数学 問題 1.(3)◆◆

(3) あるゲームを 1 回行ったときに勝つ確率が 0.28 のプレイヤーがいる。このゲームは 1 回ごとに独立であるとする。

a. このゲームを 500 回行う場合、中心極限定理を用いると、このプレイヤーが 150 回以上勝つ確率は $\boxed{\text{①}}$ である。

b. $\boxed{\text{②}}$ 回以上ゲームをした場合、そのうちの勝ち数が 3 割以上となる確率は 0.2 以下となる。(①は最も近い数値、②は条件を満たす最小の自然数を選択すること)

(以下略)

◆◆簡単解説◆◆

a. 勝ち数を表す確率変数を X とします。このゲームに勝つという事象は二項分布に従いますので、

$$E(X) = 500 \times 0.28 = 140$$

$$V(X) = 500 \times 0.28 \times 0.72 = 100.8$$

となります。中心極限定理を用いて標準正規分布に近似して、

$$P(X \geq 150) = P\left(\frac{X - E(X)}{\sqrt{V(X)}} \geq \frac{150 - 140}{\sqrt{100.8}}\right) \doteq u(1) = 0.16$$

b. 求める回数を n 回とおきますと、

$$E(X) = n \times 0.28$$

$$V(X) = n \times 0.28 \times 0.72$$

となりますので、a. と同様に中心極限定理を用いて、

$$P(X \geq 0.3n) = P\left(\frac{X - E(X)}{\sqrt{V(X)}} \geq \frac{0.02n}{\sqrt{n \times 0.28 \times 0.72}}\right) \leq 0.2$$

という不等式が成り立つ最小の n を求めます。

$$0.2 \doteq u(0.8416)$$

ですので、先の不等式が成り立つためには、 $\frac{0.02n}{\sqrt{n \times 0.28 \times 0.72}} \leq 0.8416$ となる必要がある

ため、この不等式を解くことにより最小の n を求めることができます。

(注) 当解説は筆者の個人的な考えであり、当解説に対して一切に責任を負うものではありません。